

# 解析信号を用いたサンプリング・ジッター測定における測定精度の検討

西村 明<sup>†</sup> 小泉 宣夫<sup>††</sup>

† 東京情報大学 総合情報学部 情報文化学科

〒 265-8501 千葉市若葉区谷当町 1200-2

TEL 043-236-4658, akira@rsch.tuis.ac.jp

†† 東京情報大学 総合情報学部 情報システム学科

nkoizumi@rsch.tuis.ac.jp

**あらまし** 前報において、従来法より高精度なサンプリング・ジッター測定法として、解析信号を用いて、DA/AD 変換器に生じている周波数および振幅変動波を時間領域において測定する方法を提案した。しかしながら、この測定手法は、DA および AD 変換器を含む測定系に生じるあらゆる歪み成分を、信号音に対する振幅変動および周波数変動成分に分解して測定するため、それら歪み成分は測定結果への誤差要因となる。本報告では、これらの誤差要因が測定結果にどの程度影響を及ぼすかを、理論的に明らかにする。そして誤差を低減する改善法を用いて、実際に DA および AD 変換器を用いたジッター測定を行い、その改善法による効果を示した。

**キーワード** 解析信号、時間領域、量子化歪み、位相特性、振幅特性

## Precision in measuring sampling jitter using analytic signals

Akira NISHIMURA<sup>†</sup> and Nobuo KOIZUMI<sup>††</sup>

† Department of Media and Cultural Studies, Faculty of Informatics,  
Tokyo University of Information Sciences  
1200-1, Yatoh-cho, Wakaba-ku, Chiba-city, Chiba 265-8501, Japan  
TEL +81-43-236-4658, akira@rsch.tuis.ac.jp

†† Department of Information systems, Faculty of Informatics,  
Tokyo University of Information Sciences  
nkoizumi@rsch.tuis.ac.jp

**Abstract** We have proposed a method of jitter measurement which extracts amplitude modulations and frequency modulations existing in digital-to-analog (DA) and analog-to-digital (AD) converters based on the time-domain analytic signals. It provides higher precision compared with the conventional jitter measurement in the frequency-domain. However, since every distortion existing in the system under test are decomposed into amplitude modulations and frequency modulations, these distortions are considered to be error factors of the measurement. This paper explains the effects of the error factors on the results of the measurement theoretically. Finally we propose improved methods of the measurement and show the effects of the improvement by conducting jitter measurement of actual AD and DA converters.

**Key words** analytic signal, time-domain, quantization distortion, amplitude characteristics, phase characteristics

### 1. はじめに

DA/AD 変換時のサンプリングクロックに生じる時間ゆらぎ(サンプリング・ジッター)は、記録や再生時にひずみをもたらす原因のひとつである。前報[1], [2]では、従来法[3]より高精度なサンプリング・ジッター測定法として、解析信号を用いて、DA/AD 変換器に生じている周波数および振幅変動波を時間領域において測定する方法を提案した。

この測定手法は、DA および AD 変換器を含む測定系に生じるあらゆる歪み成分を、信号音に対する振幅変動および周波数変動成分に分解して測定するため、それら歪み成分の存在が、測定結果への誤差要因として考えられる。本報告では、まずこれらの誤差要因が測定結果にどの程度影響を及ぼすかを、理論的に示す。次に、誤差を低減する改善法を示し、実際に DA および AD 変換器を用いたジッター測定を行い、その改善法による効果を示すこととする。

## 2. 解析信号を用いるジッター測定

測定信号を角周波数  $\omega_c$  の正弦波とし、これを DA 変換して、すぐさま AD 変換する測定系を考える。このとき測定系において、任意の振幅変動  $a(t)$  と、角周波数  $\omega_m$ 、振幅  $J$  である正弦波のジッターが付加されたときの観測信号の時間波形  $x(t)$  を示す。

$$x(t) = a(t) \sin(\omega_c t + A \sin(\omega_m t)) \quad (1)$$

$x(t)$  の解析信号  $y(t)$  は、ヒルベルト変換を  $H$  と表して、

$$y(t) = x(t) + jH[x(t)] \quad (2)$$

となる [4]。 $y(t)$  は、瞬時振幅  $a(t) = \sqrt{x(t)^2 + H[x(t)]^2}$  と、瞬時位相角  $\phi(t) = \arctan(H[x(t)]/x(t))$  によって以下のように表される。

$$y(t) = a(t) \exp(j\phi(t)) \quad (3)$$

ヒルベルト変換  $H$  は 90 度位相変換なので、 $H[\sin \theta] = -\cos \theta, H[\cos \theta] = \sin \theta$  となる。これらを用いて式 (2) を展開し、式 (3) の形に書き直すと、

$$y(t) = a(t) \exp\left(j(\omega_c t + A \sin(\omega_m t)) - \pi/2\right) \quad (4)$$

となる。式 (3) と対応させると、瞬時位相  $\phi(t)$  は、

$$\phi(t) = \omega_c t + A \sin(\omega_m t) - \pi/2 \quad (5)$$

であり、ジッター波形は、以下のように表される。

$$A \sin(\omega_m t) = (\arctan(x(t)/H[x(t)]) + \pi/2)/\omega_c - t \quad (6)$$

つまり、ジッター波形は、ヒルベルト変換を使って得られる観測音波形の解析信号の瞬時位相から、求めることができる。さらに、解析信号からは、観測音波形の振幅変動  $a(t)$  も求めることができる。

実際には、観測信号の  $\omega_c$  は、DA および AD 変換器間のサンプリング周波数の僅かな差のため、測定用信号における  $\omega_c$  とは僅かに異なる。このため観測信号の  $\omega_c$  は、観測信号の瞬時角周波数  $\frac{d}{dt}\phi(t)$  を時間平均して求める。

ここでは単純化の為にジッター波形を正弦波で表したが、理論的には、測定周波数とナイキスト周波数との差と、測定周波数とゼロ周波数の差との間で、小さい方を最高周波数とするジッター波形を抽出することが可能である。つまり、測定周波数をナイキスト周波数を半分としたときに、ナイキスト周波数の半分が、ジッターの測定可能上限周波数となる。

## 3. 誤差要因と回避法

ここでは、実際の機器を用いたジッター測定結果を示し、そこに生じている誤差要因を指摘する。そして、誤差の回避方法を示す。

### 3.1 測定概要

CD-R(フタロシアニン色素)に記録(4倍速、disk at once)された測定用純音信号を CD プレーヤより再生し、PC/AT 互換パソコン機に SCSI 接続された AD 変換器(日東紡音響エンジニアリング AD-216)を用いて AD 変換を行った。そうして得られた 5 秒間の観測信号についてジッター測定計算を行った。

なお、解析信号を用いた時間領域のジッター測定では、ジッター波形と振幅変動波形が最初に得られる。今後の分析では、ジッター波形に対してハミング窓を掛けた 11025 サンプルの波形に DFT を行い、これを 5512 点づつずらしながら繰り返し、得られた平均スペクトルをジッタースペクトルとして扱う。

### 3.2 純音性歪み成分

Fig.1 に、11025Hz 信号音から得られた観測信号のパワースペクトルを示した。ジッターや振幅変動成分が存在すれば、信号周波数に対して対称な周波数に側帯波が現れる。Fig.1 には、そのような側帯波成分と、そうでない純音性の歪み成分が複数存在することが分かる。

純音性歪みの原因として、回路の発振音、量子化歪み、高調波歪みなどがある。純音性歪みの存在は、観測音の瞬時周波数における推定誤差につながり、ジッター波に一次トレンド成分となる誤差を与える。この誤差は、得られたジッター波から最小自乗法によって一次トレンド成分を導き、それを差し引くことによって回避することができる。Fig.2 に観測音周波数の推定誤差のあるジッター波形と、その一次トレンド成分を差し引いたジッター波形を示した。また、Fig.3 には、それらのジッター波形のスペクトルを示した。

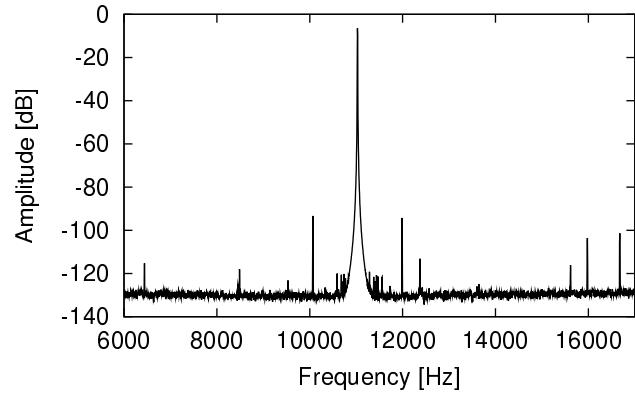


Fig. 1 Power spectrum of observed 11025Hz signal.

さらに純音性歪み成分は、その周波数と信号音周波数の差分にあたる周波数の周波数変動および振幅変動としても測定される。高調波歪みについては、測定信号音周波数をサンプリング周波数の 1/4 以上とすると、測定信号音の高調波はナイキスト周波数以上になるため、ジッター測定対象範囲から追いやることができる。

Fig.4 には測定周波数が 12kHz のときの観測音のパワースペクトルを、Fig.5 に得られたジッタースペクトルを示した。この例のように、AD 変換において適切なディザが導入されない場合、信号音周期がサンプリング周期の整数倍でないときに AD

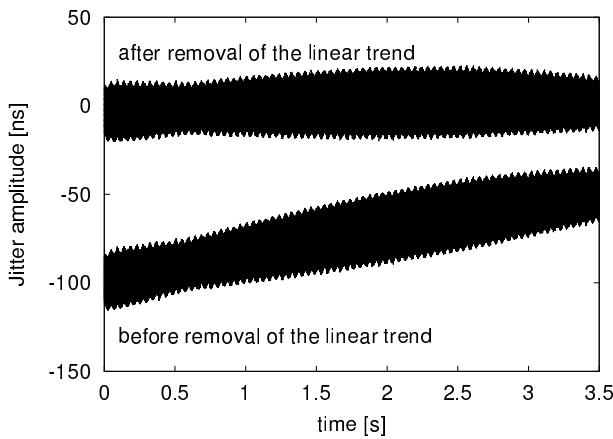


Fig. 2 Jitter waveform before and after removal of the linear trend.

変換後のデジタル信号に量子化歪みが目立ち、その歪みが測定誤差の原因となることが分かる。もっとも、この信号が再生されるときには、一般的なDA変換器においては適切なディザイナが付加されるため、量子化歪みは抑制される。

純音性の歪み成分によって誤観測されるジッター周波数は、信号周波数が異なれば、その都度変化するが、本当のジッター周波数とその振幅は、信号周波数が異なっても変化しない。よって、複数の信号周波数での測定結果を比較したときに、共通して現れるスペクトルが本当のジッター成分であることが分かる。Fig.6 に、Fig.3 と 5 に共通するジッター成分を、両者のジッタースペクトルから周波数毎に、より小さい方の値を選ぶことによって示した。

### 3.3 ランダム雑音性歪み成分

測定信号音 ( $f$ [Hz]) のレベルに対して、測定系のノイズフロアレベルが  $x$ [dB/Hz] のとき、ジッタースペクトル上のノイズフロアは最大でも  $10^{(x/20)} / (\pi f)$  [s] となる。つまり、信号周波数とそのレベルはいずれも高い方が、測定系に存在するノイズフロアの影響を受けにくい。Fig.7 には、信号音周波数が 14.7kHz(3サンプル周期)のときのジッタースペクトルを示した。Fig.3 に比べて、理論値通りジッターノイズフロアがほぼ  $3/4$  になっていることが分かる。ただしこの場合、理論的なジッター測定上限周波数はナイキスト周波数(22050Hz)と信号音周波数(14700Hz)の差である 7350Hz となる。

### 3.4 測定系の位相特性と振幅特性

測定系の振幅/位相特性に歪みがあると、ジッターや振幅変動によって生じる側帯波のレベルや位相が変化し、変動量を過小あるいは過大評価してしまう問題がある。例えば、信号音振幅に対して  $y$  倍の側帯波振幅を持つ周波数変動のみ存在する測定系が、その高域側の側帯波レベルを  $z$  dB 下げるような振幅特性をもつ場合、信号音振幅に対して  $y(1 - 10^{(-z/20)})/2$  の側帯波振幅をもつ本来は存在しない振幅変動が見かけ上生じ、ジッター振幅値も  $(1 + 10^{(-z/20)})/2$  倍に過小評価される。

一般的なデジタル機器の振幅特性( $\pm 1$ dB) や位相特性( $\pm 0.1$ rad.) からすれば、存在する変動成分の過小および過大評価量は僅かではある。しかし、位相/振幅特性の歪みが僅かで

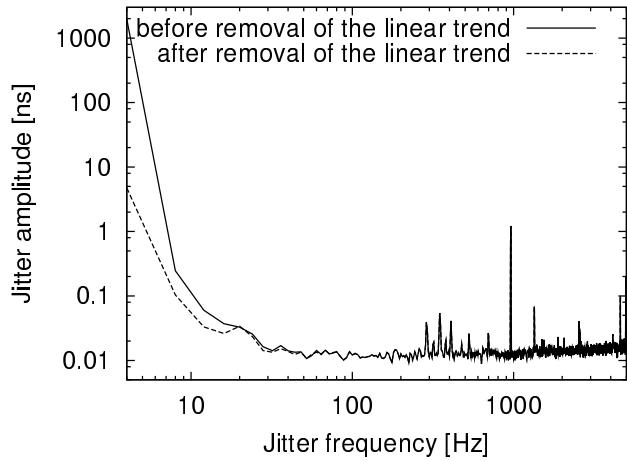


Fig. 3 Jitter spectrum before and after removal of the linear trend.

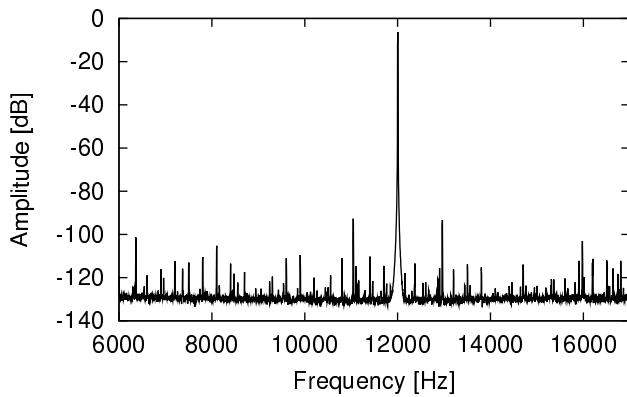


Fig. 4 Power spectrum of observed 12kHz signal.

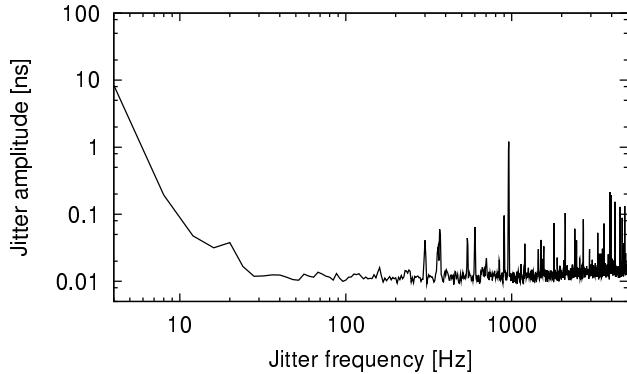


Fig. 5 Jitter spectrum of calculated from observed 12kHz signal.

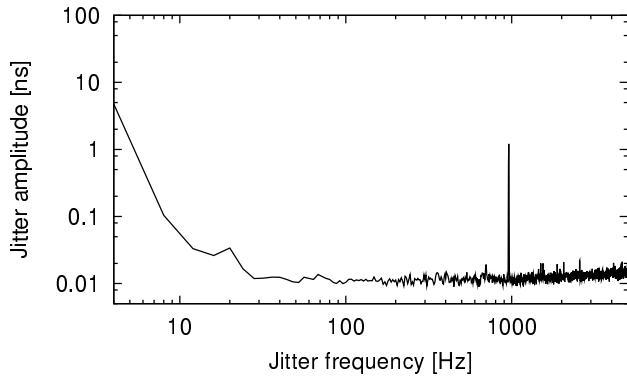


Fig. 6 Common jitter spectrum of Fig.3 and Fig.5.

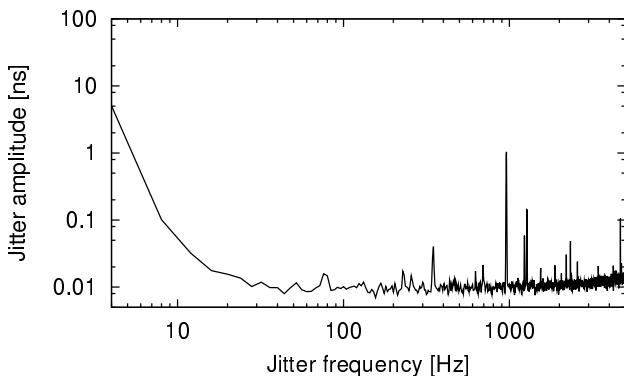


Fig. 7 Jitter spectrum of 14.7kHz signal.

あっても、強い振幅(周波数)変動成分が存在すれば、実際には存在しない周波数(振幅)変動成分を誤測定してしまう恐れがある。

とは言え、我々がこれまでに行ったDA変換器やCDプレーヤを変えた組合せによる10数種の測定条件から得られた、DA変換器におけるサンプリング・ジッター振幅は、最大でも数nsecであった。極端な例として信号周波数が11025Hzの時、測定系に3nsの振幅をもつジッターが存在し、かつ振幅変動は存在しないとすると、ジッターによって生じる側帯波振幅は信号音レベルに対して-80dBである。この測定系の振幅特性において、信号音周波数と側帯波周波数での振幅差が1dBとなる場合、過大評価される振幅変動波の振幅は、信号音振幅に対して、約-105dBとなる。このようにかなり極端な場合において、系の振幅特性が測定結果に影響を及ぼすと言える。

このような誤差を避けるには、系のインパルス応答をあらかじめ測定しておき、その逆特性を観測音に畠み込んだ後に計算を行う方法が有効である。そこで、実際の測定系においてこれを行った。

我々が測定したDAおよびAD変換器の中で、振幅変動が現れた唯一のDA変換器を用いて、まず測定系のインパルス応答をTSP信号を用いて測定した。その結果得られた振幅特性と位相特性をFig.8とFig.9に示した。そして、この逆フィルタを周波数領域で作成し、逆フーリエ変換を使って時間領域に置き換えて得られたインパルス応答を、観測信号に畠み込んだ信号に対して、ジッター測定を行った。

まず、位相および周波数特性の補正を行わない場合でのジッタースペクトルと振幅変動スペクトルをそれぞれFig.10, Fig.11に示した。これらの測定結果からは、およそ100Hzの整数倍の振幅変動が強く、ジッターにも同じく100Hzの整数倍のジッター成分が見られる。もし、この系の位相振幅特性が未知であれば、この節で述べたような位相や振幅歪みによって、本来存在していないはずの100Hzの整数倍のジッター成分が現れた、と解釈することもできる。

しかし、この系の振幅位相特性(Fig.8, Fig.9)からは、Fig.10に見られるような振幅の大きいジッター成分は過大評価の結果ではないことは予想される。実際に、逆特性を畠み込むことによって測定系の特性を補正した後の観測音を分析して得られた

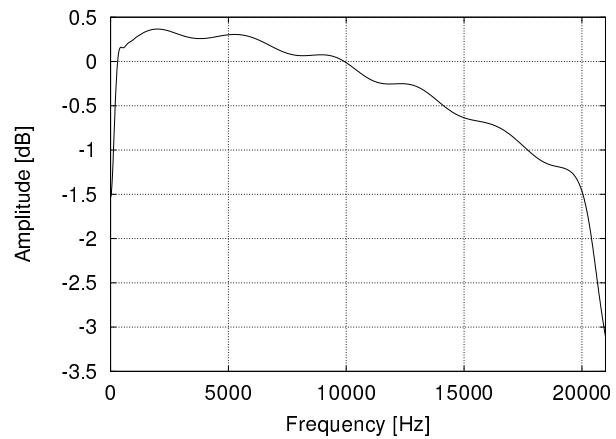


Fig. 8 Amplitude characteristics of a combination of the DA and AD converters.

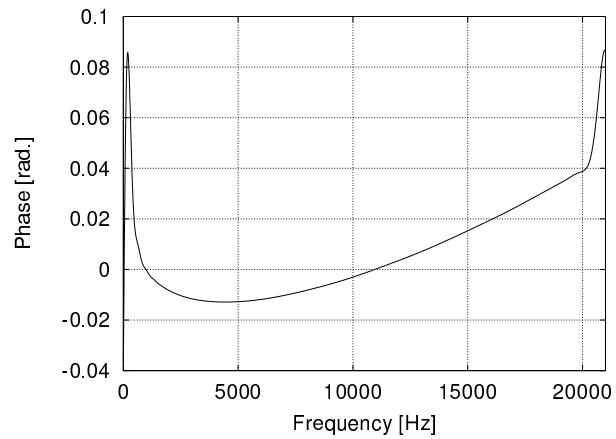


Fig. 9 Phase characteristics of a combination of the DA and AD converters.

ジッタースペクトルと振幅変動スペクトルを、元の結果と比較した。Fig. 12には、補正前のジッタースペクトルと補正後のジッタースペクトルを、Fig. 13には、補正前の振幅変動スペクトルと補正後の振幅変動スペクトルを示した。これらのグラフでは、補正無しと補正有りで、スペクトルに大きく違いが生じた部分のみを表示している。その結果、特定のジッター成分および振幅変動成分には、測定系の振幅および周波数特性による過大評価がわずかに見られた。

#### 4. まとめ

解析信号を用いた時間領域でのサンプリング・ジッター測定法では、DAおよびAD変換器を含む測定系に生じるあらゆる歪み成分を、信号音に対する振幅変動および周波数変動成分に分解して測定するため、それら歪み成分の存在が、測定結果への誤差要因として考えられる。

これらの誤差要因は、以下の測定および分析方法を採ることによって回避できることが分かった。

- 得られたジッター波から最小自乗法によって一次トレンド成分を導き、それを差し引く。
- ジッター測定用純音周期をサンプリング間隔の4倍と

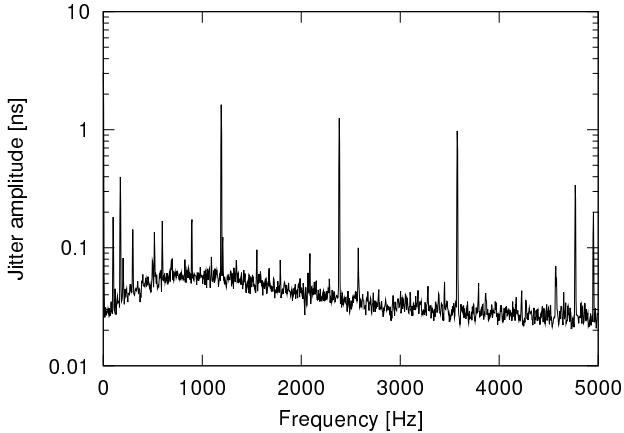


Fig. 10 Jitter spectra obtained from a combination of the DA and AD converters.

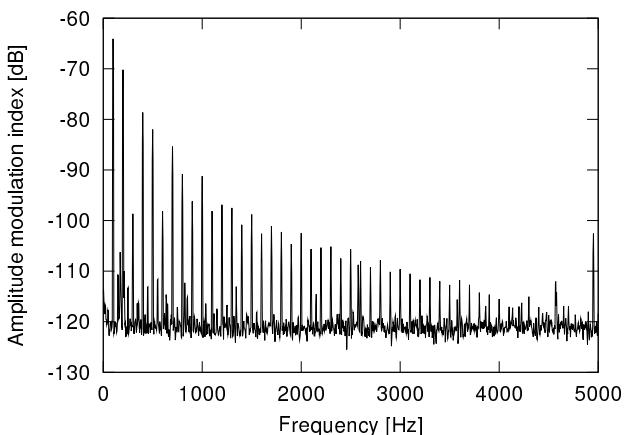


Fig. 11 Amplitude modulation spectra obtained from a combination of the DA and AD converters.

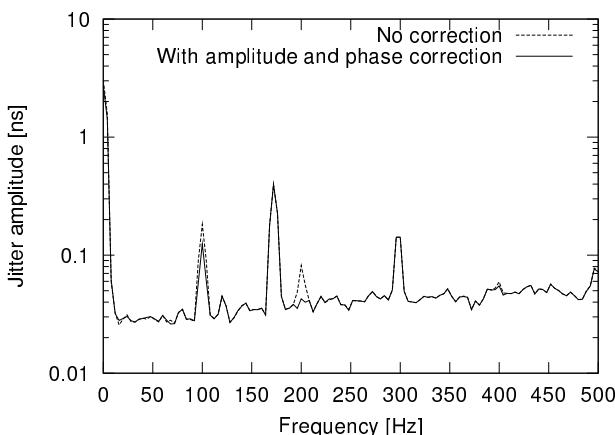


Fig. 12 Jitter spectrum: with or without correction of amplitude and phase characteristics of a combination of the DA and AD converters.

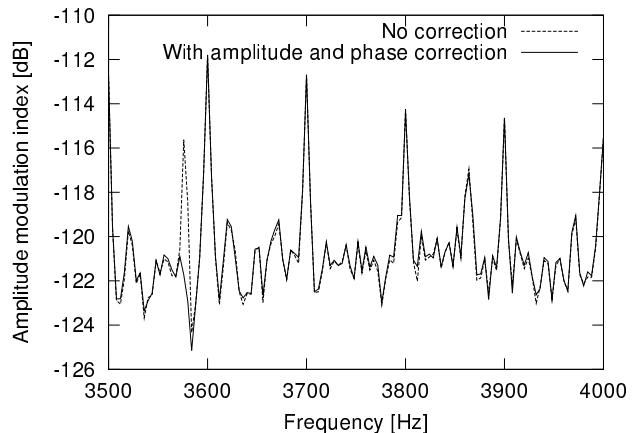


Fig. 13 Amplitude modulation spectrum: with or without correction of amplitude and phase characteristics of a combination of the DA and AD converters.

する。

- 上記測定によって得られたジッタースペクトルと、上記とは異なる測定用純音周波数（例えばその周期をサンプリング間隔の3倍とした純音）を用いて得られたジッタースペクトルを比較し、共通するスペクトルを測定結果として採用する。

また、測定系の位相および振幅特性を測定し、観測信号にそれらを補正する逆フィルタを施すことによって、測定系に生じる振幅あるいは位相歪みの影響を回避することができる。ただし、この誤差要因については、実際のADおよびDA変換器の特性とそれらの持つジッターから推測すると、大きな影響のない場合が多いと考えられる。

### 謝辞

本研究の一部には平成14年度東京情報大学共同研究1および東京情報大学学術フロンティアプロジェクト研究費の補助を受けた。

### 文 献

- [1] 西村明、小泉宣夫，“AD/DA変換器における振幅および周波数変動の測定”，電子情報通信学会技術研究報告，HDA01-6，6-16 (2001).
- [2] 西村明、小泉宣夫，“AD/DA変換器におけるサンプリング・ジッターの測定”，日本音響学会講演論文集，秋，659-660 (2001).
- [3] Julian Dunn, “Jitter Theory,” Audio Precision TECH-NOTE, 23, 1-23 (2000).
- [4] 加藤充美、西村明、安藤由典，“解析信号を用いたフルート音の倍音の周波数分析”，電子情報通信学会技術研究報告，SP2000-136, 43-50 (2001).